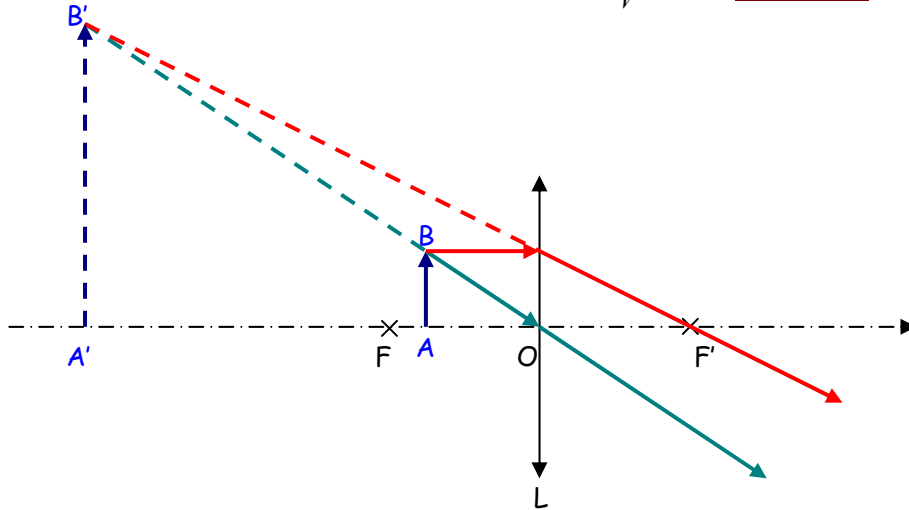


CORRECTION DU SUJET DE L'ESGT ; SESSION 2004

Exercice 1 :

1°) La distance focale de la lentille est donnée par : $f' = \frac{1}{V}$; AN : $f' = 4,0\text{cm}$



2°) La relation de conjugaison des lentilles minces : $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$ donne : $\overline{OA'} = \frac{\overline{OA} \cdot f'}{\overline{OA} + f'}$;

AN : $\overline{OA'} = -12\text{cm}$

3°) La relation du grandissement donne : $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$; AN : $\overline{A'B'} = +4\text{cm}$

4°) a) Dans les conditions de Gauss, $\alpha' = \tan \alpha' = \frac{AB}{f'}$; AN : $\alpha' = 0,25\text{rad}$

b) A l'œil nu, dans les conditions de Gauss, $\alpha = \tan \alpha = \frac{AB}{D_m}$; AN : $\alpha = 0,04\text{rad}$

c) On en déduit le grossissement : $\gamma = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{D_m}{f'}$; AN : $\gamma = 6,25(\text{sans unité})$

5°) D'après la relation établie en 4,a) $AB = f' \cdot \alpha'$; AN : $\alpha' = \frac{1}{60}\text{rad}$, $AB = 0,067\text{cm}$

Exercice 2 :

1°) Lorsque l'objet est   l'infini, l'image se trouve dans le plan focal image : $d = f' = 5,5\text{cm}$.

Lorsque l'objet est   1,2 m de la lentille, on détermine la position de son image en utilisant la

relation de conjugaison : $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$. Soit : $\overline{OA'} = \frac{\overline{OA} \cdot f'}{\overline{OA} + f'}$. AN : $d = \overline{OA'} = 5,75\text{cm}$.

La distance d entre le centre optique de la lentille et la pellicule varie donc de 5,5   5,75 cm.

2°) La section droite du faisceau convergent au centre du rectangle est la section d'un disque

de diamètre D : $S = \frac{\pi \cdot D^2}{4}$

La section droite du faisceau convergent à un des sommets du rectangle est la section d'un

disque de diamètre $D' = D \cdot \frac{a/2}{f'} \cdot \frac{b/2}{f'}$, dans les conditions de Gauss. La section vaut donc :

$$S' = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot \frac{ab}{4f'^2}$$

Le rapport des deux sections droite vaut donc : $\frac{S'}{S} = \frac{ab}{4f'^2}$; AN : $\frac{S'}{S} = 0,071$.

L'éclairement n'est pas uniforme sur toute la pellicule.

Exercice 3 :

1°) La relation fondamentale de la statique des fluides est : $P = P_0 - \rho g z$. On en déduit : $dP = -\rho g \cdot dz$

2°) La masse volumique est $\rho = \frac{m}{V} = \frac{n \cdot M \cdot 10^{-3}}{V} = \frac{P \cdot M \cdot 10^{-3}}{RT}$; soit : $\rho = \frac{PM10^{-3}}{RT}$

Le coefficient 10^{-3} est dû au fait que la masse molaire est exprimée en $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

On en déduit : $dP = -\frac{PM10^{-3}}{RT} g \cdot dz$. On a donc l'équation suivante : $\frac{dP}{P} = -\frac{gM10^{-3}}{RT} \cdot dz$, que l'on intègre :

$$\ln \frac{P}{P_0} = -\frac{gM10^{-3}}{RT} \cdot z ; \text{ soit : } P(z) = P_0 \cdot e^{-\frac{gM10^{-3}}{RT} \cdot z}$$

3°) $z_1 = 8607\text{m}$; $P(z=1000\text{m}) = 0,89 \text{ atm}$; $P(z=10000\text{m}) = 0,31 \text{ atm}$.

4°) La température varie selon la loi : $T = T_0 \frac{z_0}{z_0 + z}$; on dérive cette expression par rapport à z :

$$\frac{dT}{dz} = -T_0 \frac{z_0}{(z_0 + z)^2} . \text{ On en déduit, à } z=0, \left. \frac{dT}{dz} \right|_{z=0} = -\frac{T_0}{z_0} . \text{ Donc } z_0 = 40\text{km}$$

L'expression trouvée en 2 ($\frac{dP}{P} = -\frac{gM10^{-3}}{RT} \cdot dz$) devient : $\frac{dP}{P} = -\frac{gM10^{-3}}{RT_0 z_0} (z + z_0) \cdot dz$.

On intègre entre ($z=0, P=P_0$ et z,P) : $\ln \left(\frac{P'}{P_0} \right) = -\frac{gM10^{-3}}{RT_0 z_0} \left(\frac{z^2}{2} + z_0 z \right)$; soit : $P' = P_0 \cdot e^{-\frac{gM10^{-3}}{RT_0 z_0} \left(\frac{z^2}{2} + z_0 z \right)}$

$P'(z=1000\text{m}) = 0,88 \text{ atm}$; $P(z=10000\text{m}) = 0,27 \text{ atm}$.

Conclusion: la variation de la température avec l'altitude a très peu d'influence sur la valeur de la pression à 1km d'altitude, par contre à 10 km, l'effet est notable.

Exercice 4 :

1°)

a) Déterminons d'abord la longueur OM de la tige à l'équilibre ;
on trace AO , OM en respectant les longueurs et l'angle de 60° .
Sur le schéma, on mesure une longueur de 6,6 cm ; ce qui correspond
à $OM=2,6$ m.

b) Déterminons les forces exercées sur le point M :

3 forces : poids \vec{P} , tension du ressort, réaction de la tige \vec{R}
On trace le vecteur \vec{P} , vertical. On trace la droite d'action de \vec{R}
à l'extrémité de \vec{P} et celle de \vec{T} à l'origine de \vec{P} .

On mesure pour la tension du ressort, une longueur de 6,7 cm ; soit $T=13,4N$

c) On en déduit la raideur du ressort : $k = \frac{T}{OM - 2l_0}$; soit $k = 22 \text{ N/m}$

2°) D'après le graphique ci-contre :

$$\begin{cases} AH = L \cdot \cos \beta = 2l_0 + l_0 \cdot \cos \theta \\ HM = L \cdot \sin \beta = l_0 \cdot \sin \theta \end{cases}$$

Donc :

$$\begin{cases} \tan \beta = \frac{\sin \theta}{2 + \cos \theta} = \frac{\sqrt{3}}{5} \\ L = l_0 \sqrt{(2 + \cos \theta)^2 + \sin^2 \theta} = l_0 \sqrt{7} \end{cases}$$

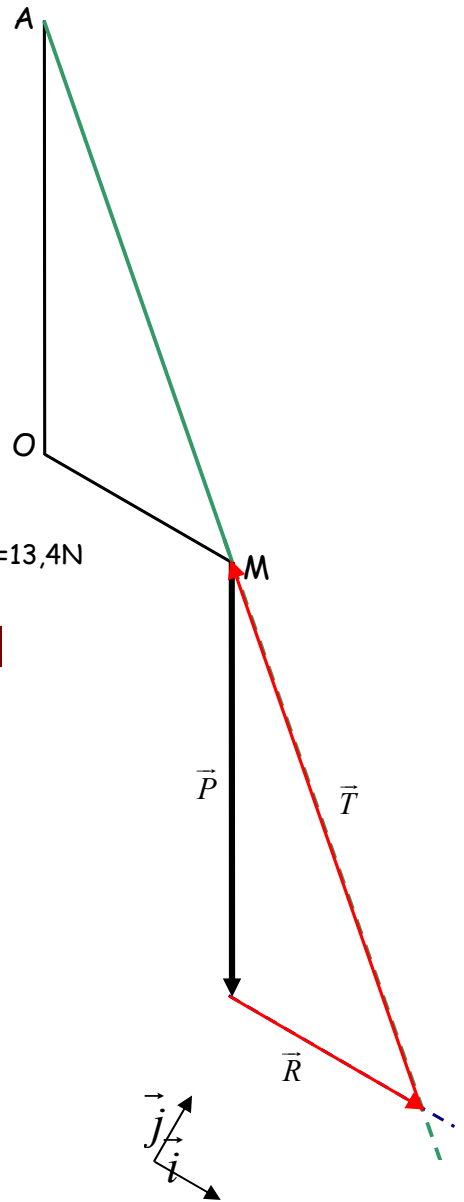
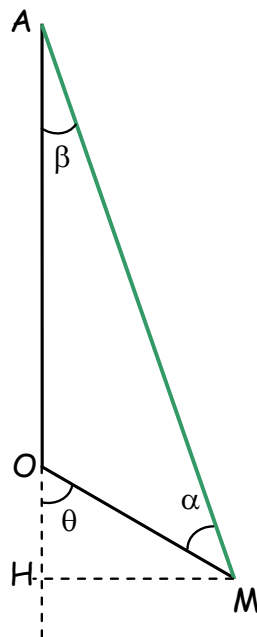
Soit : $\beta=19^\circ$ et $L = 2,64 \text{ m}$

On en déduit l'angle demandé :

$$\alpha = \theta - \beta ; \alpha = 41^\circ$$

3°)

a) Le système {masse} est à l'équilibre, donc
 $\sum \vec{F} = \vec{0}$, soit : $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = \vec{0}$.



On projette cette équation dans le repère (\vec{i}, \vec{j}) défini sur la figure.

(remarque : on choisit ce repère pour qu'un des axes coïncide avec la réaction \vec{R} dont on ne connaît pas la valeur ; ainsi, on exploitera la projection sur l'autre axe pour déterminer \vec{T})

On exprime uniquement la projection sur l'axe (O, \vec{j}) : $-mg \sin \theta + k(L - 2l_0) \sin \alpha = 0$

$$\text{Soit : } k = \frac{mg \sin \theta}{(L - 2l_0) \sin \alpha}$$

$$k = 20,6 \text{ N/m}$$

Conclusion : compte tenu de l'imprécision de la méthode graphique, on retrouve le même résultat.

b) L'équilibre s'écrit : $\sum M_{\vec{F}/O} = 0$, soit $M_{\vec{P}} + M_{\vec{T}} + M_{\vec{R}} = 0$

On choisit le sens trigonométrique comme sens positif :

$$M_{\vec{R}} = 0 ; M_{\vec{P}} = -mgl_0 \sin \theta ; M_{\vec{T}} = k(L - 2l_0)l_0 \sin \alpha$$

On en déduit que : $k = \frac{mg \sin \theta}{(L - 2l_0) \sin \alpha}$.

On retrouve bien la même expression pour la raideur du ressort avec cette deuxième méthode.

4°) On peut traiter cette question de deux façons :

a) dans le référentiel fixe supposé galiléen : la masse a un mouvement circulaire uniforme.

Son accélération dans la base de frenet est $\vec{a} = mR\omega^2 \vec{u}_n$, avec $R = HM = (L + l_1) \sin \beta$

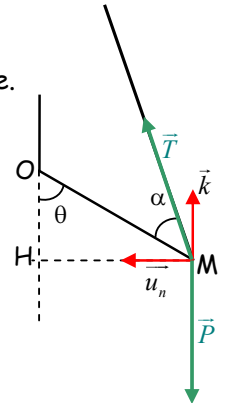
On écrit le Principe Fondamental de la Dynamique : $\sum \vec{F} = m\vec{a}$, soit $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$.

On projette dans le repère (\vec{u}_n, \vec{k})

$$\begin{cases} T \sin \beta = m(L + l_1)\omega^2 \\ -mg + T \cos \beta = 0 \end{cases}$$

D'après la projection sur l'axe (O, \vec{k}) , on a : $T = \frac{mg}{\cos \beta}$, $T = 20 \text{ N}$.

Et $L = 2l_0 + \frac{T}{k}$, $L = 2,97 \text{ m}$



b) dans le référentiel tournant non galiléen, lié à la tige OM: la masse est immobile.

On écrit le Principe Fondamental de la Dynamique : $\sum \vec{F} + \vec{f}_{ie} + \vec{f}_{ic} = \vec{0}$.

$\vec{f}_{ic} = \vec{0}$, car la masse est immobile.

$\vec{f}_{ie} = -m\vec{a}_e = -mR\omega^2 \vec{u}_n$.

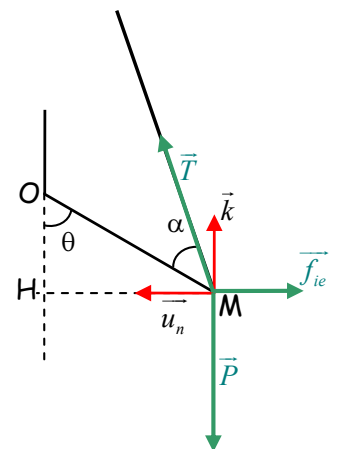
On obtient donc : $\vec{P} + \vec{T} + mR\omega^2 \vec{u}_n = \vec{0}$

On projette dans le repère (\vec{u}_n, \vec{k})

$$\begin{cases} T \sin \beta - m(L + l_1)\omega^2 = 0 \\ -mg + T \cos \beta = 0 \end{cases}$$

On en déduit que : $T = \frac{mg}{\cos \beta}$, $T = 20 \text{ N}$.

Et $L = 2l_0 + \frac{T}{k}$, $L = 2,97 \text{ m}$



3°) D'après la projection sur l'axe (O, \vec{u}_n) , on a : $\omega = \sqrt{\frac{T \sin \beta}{m(L + l_1)}}$, soit : $\omega = \sqrt{\frac{g}{(L + l_1) \cos \beta}}$

$\omega = 2,4 \text{ rad.s}^{-1}$

$n = 0,38 \text{ tr/s}$