Chiffres significatifs

Pour évaluer le nombre de chiffres dit significatifs d'une mesure ou valeur, il faut toujours (*du moins au début, avec un peu d'habitude on s'en passe*) exprimer cette mesure à l'aide de la notation scientifique. Mais qu'est-ce donc ?

I/ Notation scientifique.

Elle consiste à écrire tout résultat sous la forme $a\times10^n$, où « a » un nombre décimal (**$1< a < 10$**) et « n » la puissance de 10 nécessairement **entière**;

Par exemple $346789 = 3{,}46789\times10^5$ et $0{,}000000456709 = 4{,}56709\times10^{-7}$

II/ Chiffres significatifs

C'est le nombre de chiffres nécessaires à l'écriture de « a » (lorsqu'il est sous forme de l'écriture scientifique cela va sans dire).

Dans les deux exemples précédents, on a 6 chiffres significatifs sur 346789 et sur 0,000000456709 aussi !!

Remarque : 000000346789 a autant de c.s. que 346789

Par contre le zéro là lui il compte …

Et ce n'est pas le seul, de manière générale, tous les zéros écrits avant (c'est-à-dire à gauche) du résultat sont inutiles par contre ceux qui sont dans ou après sont utiles !!

III/ Mais à quoi ça sert ?

Ben oui vous êtes en droit de vous poser la question ! Voici une réponse possible basée sur un exemple :

Pour un physicien 742 (mètres, Volt, Watt, radian ou Joule ou …) n'est pas égal à 742,0 et encore moins à 742,000…… Oui je sais cela semble contredire les mathématiques, ou du moins ce que vous en avez retenu en général.

La différence repose bien sûr sur le nombre de chiffres significatifs utilisés dans les deux cas (3 pour le premier résultat et 6 pour la dernière mesure). Car pour mesurer 742 V ou 742,000 Volt on n'utilise sans doute pas le même appareil ou du moins pas avec les mêmes calibres. La dernière mesure est beaucoup plus précise que la première !!! et c'est bien cela que « mesure » le nombre de chiffres significatifs. Car tout résultat de mesure en physique donne de manière implicite sa précision… en effet avec les règles d'arrondis classiques, on a :

Dans le premier cas ($x = 742$) : $741{,}5 < x < 742{,}5$

Tandis que dans le deuxième cas (avec $y = 742{,}000$) $741{,}995 < y < 742{,}005$

Avouez que ce n'est pas la même chose !!

Les notices techniques des instruments de mesures (du voltmètre au tachymètre en passant par un télémètre sans oublier la verrerie jaugée) donnent les précisions attendues lors d'une utilisation nominale. L'emploi de tel ou tel instrument n'est donc pas forcément équivalent pour effectuer une mesure au centième par exemple… de plus le prix des instruments grimpe avec la précision.

Autre exemple : imaginez que vous êtes un ingénieur et que vous demandez à un technicien de façonner une pièce, mettons une vis. Si cette vis est destinée à être montée sur une partie d'une fusée ou d'une navette spatiale, sa taille devra peut-être être précise à millième de mm près ; s'il s'agit d'un meuble d'une certaine marque suédoise, elle peut n'être précise qu'à 1 mm près !! Pensez-y lorsque vous passerez des heures à monter un malheureux meuble dans lequel les pièces ne s'emboitent pas convenablement… Ceci dit, la précision du façonnage de la pièce détermine aussi son coût….

Dernier exemple : écrire π = 3,14 ou 3,14159 ou bien 3,141592654………. avec des milliards de milliards de chiffres significatifs (il y a des mathématiciens qui se « battent » pour établir des records du nombre de décimales de pi *et d'autres nombres dits transcendants ...*) ce n'est pas du tout la même chose. En effet le nombre « pi » est utilisé dans des logiciels de cryptage, dans le premier cas votre cryptage sera cassé par le premier hacker venu, par contre dans le second cas il risque (même avec des millions d'ordinateurs *–utilisés à l'insu de la volonté de leur propriétaires légitimes bien sûr-* en parallèle) d'y passer quelques milliards d'années …ça décourage !

Dans les quatre opérations de base les chiffres significatifs se comportent différemment :

IV/ Multiplication et Division

Pour ces deux opérations, c'est toujours « le plus petit qui l'emporte », en effet une multiplication (ou une division car c'est la même chose !) **ne peut pas augmenter la précision sur une valeur**.
Par exemple :

- **2,0007 × 5,4 = 11** !!! la calculatrice affiche (si vous le lui permettez) 10,80378 mais il n'y a que deux chiffres significatifs « sur » 5,4 donc il ne peut pas y en avoir plus sur le résultat final d'où l'arrondi à 11 !
- De même **8,841/2** = **4** ! la calculette affiche 4,4205 ….

V/ Additions et Soustractions

Pour les additions et soustractions, c'est un peu plus compliqué….. On ne prend pas en compte les chiffres significatifs, mais le nombre de chiffres après la virgule. A nouveau, c'est le plus petit qui l'emporte !

On a par exemple :

- 8,3567 + 2,23 ≠ 10,5867 car c'est 2,23 qui impose son **non plus** son nombre de chiffres significatifs mais le nombre de chiffres **après la virgule** !!! d'où **8,3567 + 2,23 = 10,59** ! on obtient donc un résultat qui a quatre chiffres significatifs alors que ses « parents » en avaient respectivement 5 et 3 !!!
- 10 000,1 - 2,0505 = 9997,9, alors que la calculatrice donne 9998,0495

Ce qui sert de guide dans ce cas, c'est la notion de précision !! Une addition ou une soustraction ne peut pas donner plus de précision (sur les chiffres après la virgule, car c'est là que le bât blesse) que ce que permettent les chiffres après la virgule des « parents ».

Par contre quand il n'y a pas de chiffres après la virgule, les opérations s'effectuent de manière classique. Par exemple :

- 25 + 3652 est bien égal à 3677 !!!

VI/ Entrainement

A partir de mon site Internet : a.chen.chez-alice.fr, faire les exercices en ligne sur les chiffres significatifs dans la rubrique méthodologie.