

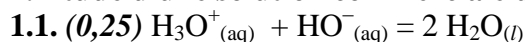
2006/09 National EXERCICE I. COMME UN POISSON DANS L'EAU (6,5 points)

CALCULATRICE INTERDITE

Correction

<http://labolycee.org> ©

1. Étude d'une solution commerciale destinée à diminuer le pH de l'aquarium



1.2.1. (0,25) À l'équivalence les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques.

1.2.2. (0,25) À l'équivalence : $n_{\text{H}_3\text{O}^+ \text{ initiale}} = n_{\text{HO}^- \text{ versée}}$

Soit c_A la concentration en ions oxonium de la solution diluée S_A

$$c_A \cdot V_A = c_B \cdot V_{BE}$$

$$c_A = \frac{c_B \cdot V_{BE}}{V_A}$$

(0,25) V_{BE} correspond à l'abscisse du maximum de la courbe $\frac{dpH}{dV_B} = f(V_B)$ donc, d'après le graphe de la figure 1, $V_{BE} = 25,5 \text{ mL}$.

(0,25)
$$c_A = \frac{4,0 \times 10^{-2} \times 25,5}{20,0} = \frac{10^{-2} \times 25,5}{5,0} = 5,1 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

1.2.3. (0,25) La solution commerciale a été diluée 50 fois, elle est donc 50 fois plus concentrée que la solution diluée S_A .

$$c_0 = [\text{H}_3\text{O}^+] = 50 \cdot c_A$$

$$c_0 = [\text{H}_3\text{O}^+] = 50 \times 5,1 \times 10^{-2} = 255 \times 10^{-2} = 2,5 \text{ mol.L}^{-1} \text{ en arrondissant par défaut.}$$

1.3. (0,25) On effectue une dilution.

Solution mère : solution commerciale

$$V_{Co} = 20 \text{ mL}$$

concentration $[\text{H}_3\text{O}^+]_{Co}$ (calculée précédemment)

Solution fille : dans l'aquarium

$$V_{aqua} = 100 \text{ L}$$

$$[\text{H}_3\text{O}^+]_{aqua} = ?$$

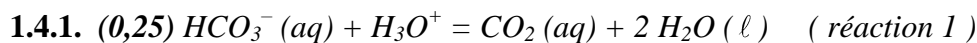
Au cours de la dilution on considère que la quantité de matière d'ions oxonium ne varie pas, donc

$$n_{\text{H}_3\text{O}^+} = [\text{H}_3\text{O}^+]_{Co} \cdot V_{Co} = [\text{H}_3\text{O}^+]_{aqua} \cdot V_{aqua}$$

La nouvelle concentration en ions oxonium dans l'aquarium sera $[\text{H}_3\text{O}^+]_{aqua} = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_{Co} \cdot V_{Co}}{V_{aqua}}$

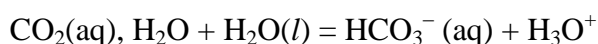
Le pH sera égal à $pH_{aqua} = -\lg[\text{H}_3\text{O}^+]_{aqua} = -\lg \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_{Co} \cdot V_{Co}}{V_{aqua}}$

(0,25) $pH = -\lg \frac{2,5 \times 20 \times 10^{-3}}{100} = -\lg \frac{50 \times 10^{-3}}{1,00 \times 10^2} = -\lg (5,0 \times 10^{-4}) = -\lg 5 - \lg 10^{-4} = -0,7 + 4 = 3,3$



$$K_1 = \frac{[\text{CO}_2(\text{aq})]_{\text{éq}}}{[\text{HCO}_3^- (\text{aq})]_{\text{éq}} \cdot [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}$$

1.4.2. Couple $\text{CO}_2(\text{aq}), \text{H}_2\text{O} / \text{HCO}_3^- (\text{aq})$



$$K_A = \frac{[\text{HCO}_3^- (\text{aq})]_{\text{éq}} \cdot [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{CO}_2(\text{aq})]_{\text{éq}}}$$

(0,25) On remarque que $K_1 = \frac{1}{K_A}$.

$$K_1 = \frac{1}{10^{-6,4}} = 10^{6,4} = 2,5 \times 10^6$$

1.5.1. (0,25) Le système chimique évolue dans le sens direct de l'équation de la réaction 1 : il y a donc consommation des ions H_3O^+ si l'eau est très calcaire : la concentration en ions oxonium diminue. $\text{pH} = -\lg[\text{H}_3\text{O}^+]$, alors le **pH sera plus élevé que pH = 3,3** (calculé en 1.3.).

1.5.2. (0,25) Si l'eau n'est pas suffisamment calcaire, elle contient peu d'ions hydrogénocarbonate. Alors une trop faible partie des ions H_3O^+ apportés par la solution commerciale serait consommée. Le pH serait alors proche de celui calculé en 1.3., donc trop acide.

2. Étude de la formation des ions ammonium.

2.1. (0,25) D'après les coefficients stœchiométriques de l'équation, on a $[\text{NH}_4^+] = [\text{OCN}^-]$

$$\sigma = \lambda_{\text{NH}_4^+} [\text{NH}_4^+] + \lambda_{\text{OCN}^-} [\text{OCN}^-]$$

$$\sigma = \lambda_{\text{NH}_4^+} [\text{NH}_4^+] + \lambda_{\text{OCN}^-} [\text{NH}_4^+]$$

$$\sigma = (\lambda_{\text{NH}_4^+} + \lambda_{\text{OCN}^-}) \cdot [\text{NH}_4^+]$$

$$[\text{NH}_4^+] = \frac{\sigma}{(\lambda_{\text{NH}_4^+} + \lambda_{\text{OCN}^-})}$$

2.2. Évolution du système chimique

2.2.1.		$(\text{NH}_2)_2\text{CO} (\text{aq}) = \text{NH}_4^+ (\text{aq}) + \text{OCN}^- (\text{aq})$		
État	Avancement (mol)	Quantités de matière (mol)		
		$(\text{NH}_2)_2\text{CO} (\text{aq})$	$\text{NH}_4^+ (\text{aq})$	$\text{OCN}^- (\text{aq})$
0,25 État initial	$x = 0$	c.V	0	0
0,25 État en cours d'évolution	x	c.V - x	x	x
État final en supposant la transformation totale	x_{max}	c.V - $x_{\text{max}} = 0$	$x_{\text{max}} = \text{c.V}$	$x_{\text{max}} = \text{c.V}$

2.2.2. (0,25) D'après le tableau, à chaque instant, $n(\text{NH}_4^+) = x$.

Or, par définition, $[\text{NH}_4^+] = \frac{n(\text{NH}_4^+)}{V}$ donc, à chaque instant, $[\text{NH}_4^+] = \frac{x}{V}$.

2.2.3. (0,25) $(\text{NH}_2)_2\text{CO} (\text{aq})$ est le réactif limitant, si la transformation est totale il est totalement consommé, soit $\text{c.V} - x_{\text{max}} = 0$

$$x_{\text{max}} = \text{c.V}$$

$$x_{\text{max}} = 0,020 \times 0,1000$$

$$x_{\text{max}} = 2,0 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

2.3. A l'instant de date $t = 110 \text{ min}$, le taux d'avancement de la réaction est donné par $\tau_{110} = \frac{x_{110}}{x_{\text{max}}}$.

(0,25) Par lecture graphique (voir construction graphique sur la figure 2), on obtient $x_{110} = 1,3 \times 10^{-3} \text{ mol}$.

Or, d'après la question 2.2.3., $x_{\text{max}} = 2,0 \times 10^{-3} \text{ mol}$ donc $\tau_{110} = \frac{1,3 \times 10^{-3}}{2,0 \times 10^{-3}} = 0,65 = \tau_{110}$.

(0,25) Le taux d'avancement de la réaction à l'instant de date $t = 110 \text{ min}$ vaut donc **0,65**.

2.4. (0,25) La vitesse volumique de réaction est donnée par la relation : $v(t) = \frac{1}{V} \left(\frac{dx}{dt} \right)$.

V étant une constante positive, $v(t)$ évolue comme la dérivée $\left(\frac{dx}{dt} \right)$ de la fonction $x = f(t)$ à la date t .

Or ce terme correspond au coefficient directeur de la tangente à la courbe $x = f(t)$ à la date t . Graphiquement, on voit qu'il diminue au cours du temps (voir construction graphique sur la figure 2).

On en déduit donc que **la vitesse volumique de réaction $v(t)$ diminue au cours du temps**.

2.5. (0,25) Le taux d'avancement final est donné par la relation $\tau = \frac{x_f}{x_{\max}}$.

$$\tau = \frac{[NH_4^+]_f \cdot V}{x_{\max}} = \frac{[NH_4^+]_f \cdot V}{c \cdot V} = \frac{[NH_4^+]_f}{c}$$

$$\tau = \frac{2,0 \times 10^{-2}}{0,020} = 1,0 \text{ La transformation étudiée est totale.}$$

2.6. (0,25) Le temps de demi-réaction $t_{1/2}$ est la durée nécessaire pour que l'avancement atteigne la moitié sa valeur finale.

$$(0,25) \text{ Pour } t = t_{1/2}, \text{ on a donc } x_{t_{1/2}} = \frac{x_f}{2} = \frac{2,0 \times 10^{-3}}{2} = 1,0 \times 10^{-3} \text{ mol} = x_{t_{1/2}}.$$

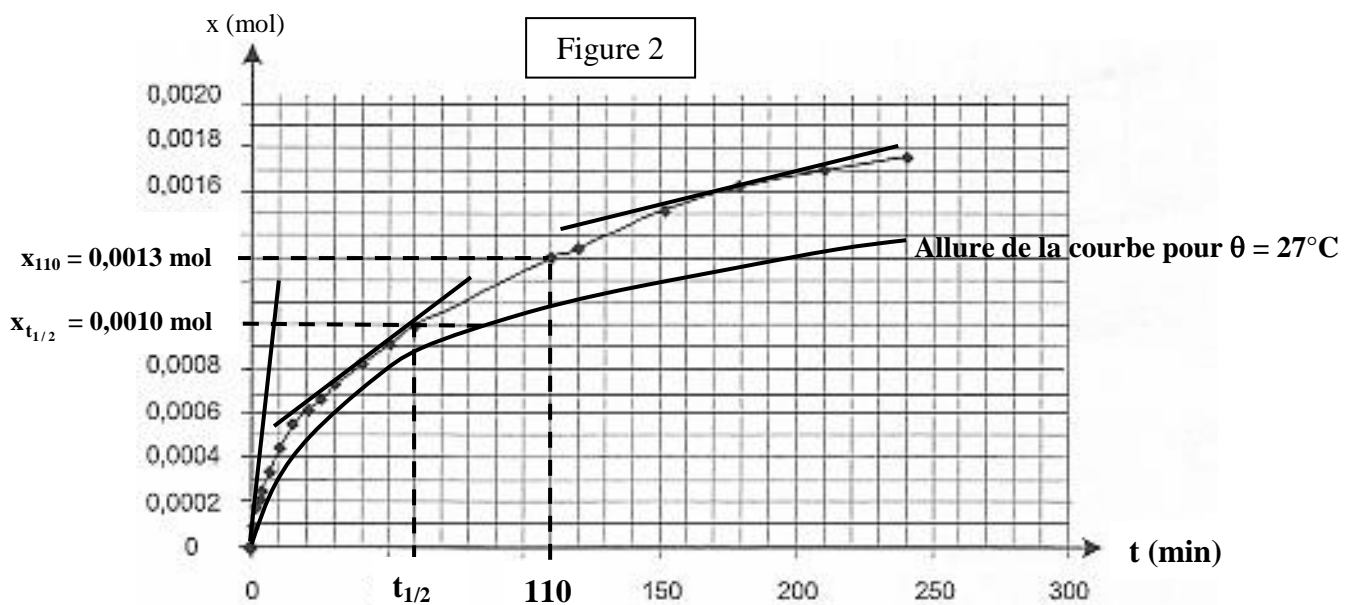
(0,25) Par lecture graphique (voir construction graphique sur la figure 2), on obtient $t_{1/2}$ proche d'une heure.

2.7. (0,25) La température est un facteur cinétique dont la diminution conduit, en général, à la diminution de la vitesse de réaction donc à l'augmentation du temps de demi-réaction.

Ainsi, si la température de l'aquarium n'est que de 27 °C, **la valeur du temps de demi-réaction sera plus grande que 60 min** d'où l'allure de la courbe proposée (voir construction graphique sur la figure 2).

L'avancement final sera atteint plus lentement.

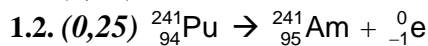
2.8. (0,25) L'aquarium doit être « bien planté » de sorte que **les plantes vertes consomment les ions nitrate pour qu'ils ne s'accumulent pas dans l'aquarium** ce qui risquerait de compromettre la vie des poissons.



1. Obtention de l'américium 241

CALCULATRICE INTERDITE

1.1. (0,25) Au cours d'une réaction nucléaire, il y a conservation du nombre de nucléons, et de la charge électrique.



2. Désintégration de l'américium 241

2.1. (0,5) ${}^{241}_{95}\text{Am} \rightarrow {}^{237}_{93}\text{Np}^* + {}^4_2\text{He}$ Il y a libération d'un noyau d'hélium, il s'agit d'une désintégration α .

2.2. (0,25) Le noyau de neptunium est formé dans un état excité, il se réorganise et se **désexcite** en libérant un **rayonnement électromagnétique gamma**.

2.3.1. (0,25) N_0 représente le nombre de noyaux initialement présents, il s'agit d'un nombre **sans unité**.

(0,25) λ représente la constante radioactive qui caractérise chaque type de noyau, elle s'exprime en s^{-1} dans le système international.

2.3.2. (0,25) Le nombre de désintégrations dans un échantillon dépend du **type de noyau** radioactif et donc de la constante radioactive λ , de la **durée Δt** durant laquelle on compte les désintégrations, et enfin du **nombre de noyaux** présents dans l'échantillon.

Il vient $n = \lambda \cdot N \cdot \Delta t$, avec λ en s^{-1} et Δt en s.

2.4.1. (0,25) Loi de décroissance de l'activité : $A(t) = \lambda \cdot N(t)$ avec $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$
 alors $A(t) = \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$.

2.4.2. (0,25) Une activité d'un becquerel correspond à une moyenne **d'une désintégration par seconde**.

2.4.3. (0,25) On a établi $A(t) = \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$, pour les deux échantillons la **constante radioactive est la même**.
 Par ailleurs le nombre initial de noyaux N_0 **est proportionnel à la masse de l'échantillon**.

Donc l'activité de l'échantillon de masse $2m$ est **double** de celle de masse m .

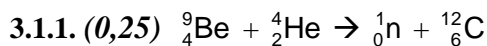
2.5.1. (0,25) Le temps de demi-vie d'un échantillon de noyaux radioactifs est égal à la durée nécessaire pour que la moitié des noyaux radioactifs initialement présents dans l'échantillon se désintègrent.

2.5.2. (0,25) $A(t = 433 \text{ ans}) = A(t_{1/2}) = A_0/2$

$A(t = 1299 = 3 \times 433 \text{ ans}) = A(3t_{1/2}) = A_0/8$.

3. Utilisations industrielles de l'américium 241

3.1. Source de neutrons



3.1.2.a. (0,25) Au cours d'une réaction de fission, sous l'impact d'un neutron, un gros noyau se scinde en deux noyaux plus petits en libérant plusieurs neutrons et de l'énergie.

3.1.2.b. (0,25) La source n'est utile qu'au démarrage de la réaction nucléaire car ensuite les trois neutrons produits permettent d'enclencher d'autres fissions.

3.2. Détecteur de fumée

3.2.1. (0,25) $N(t_{1/2}) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t_{1/2}} = N_0/2$
 $e^{-\lambda \cdot t_{1/2}} = 1/2$

$$-\lambda \cdot t_{1/2} = \ln(1/2)$$

$$-\lambda \cdot t_{1/2} = \ln 1 - \ln 2$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$$

3.2.2. (0,5) $A_0 = \lambda \cdot N_0 = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot N_0$

$$N_0 = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \cdot A_0$$

$$N_0 = \frac{10^{10}}{0,7} \times 2,1 \times 10^7 = 3 \times 10^{17} \text{ noyaux présents.}$$

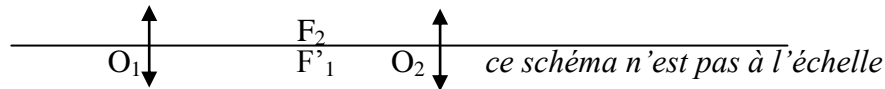
3.2.3. (0,25) $n_0 = \frac{N_0}{N_A}$

$$n_0 = \frac{3 \times 10^{17}}{6,0 \times 10^{23}} = 0,5 \times 10^{17-23} = 5 \times 10^{-1} \times 10^{-6} = 5 \times 10^{-7} \text{ mol de noyaux.}$$

(0,25) $m_0 = n_0 \cdot M({}^{241}\text{Am})$

$m_0 = 5 \times 10^{-7} \times 241 = 1,205 \times 10^{-7} = 1,205 \times 10^3 \times 10^{-7} = 1,205 \times 10^{-4} \text{ g}$ soit environ **0,1 mg d'américium** dans le détecteur de fumée. **(0,25 pour les 2 calculs)**

1.1.



Une lunette est afocale, si le foyer image F'_1 de l'objectif est confondu avec le foyer objet F_2 de l'oculaire.

On connaît $\overline{O_1O_2} = 6,84 \text{ m}$, si la lunette est afocale on doit avoir $\overline{O_1F'_1} + \overline{F_2O_2} = \overline{O_1O_2} = 6,84 \text{ m}$.

On sait que $\overline{O_1F'_1} = f'_1 = 6,80 \text{ m}$ et que $\overline{F_2O_2} = f'_2 = 4,0 \text{ cm} = 4,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ donc

$$\overline{O_1F'_1} + \overline{F_2O_2} = 6,80 + 4,0 \cdot 10^{-2} = 6,84 \text{ m},$$

la lunette est bien afocale.

1.2. Voir annexe schéma n°1 : foyers F_2 et F'_2 .

2.1. Voir annexe schéma n°1 : image A_1B_1 . Comme l'objet $A_\infty B_\infty$ est à l'infini, son image A_1B_1 est dans le plan focal image de l'objectif L_1 .

2.2. Voir schéma 1. $\tan \alpha \approx \alpha = \frac{A_1B_1}{f'_1}$

3.1. La lunette étant afocale, A_1B_1 est dans le plan focal objet de l'oculaire L_2 donc l'image définitive $A'B'$ est rejetée à l'infini.

3.2. Construction d'un rayon issu de B_1 permettant de trouver la direction de B' , voir schéma 1.

Le rayon issu de B_1 passant par O_2 n'est pas dévié, tous les autres rayons issus de B_1 émergent de L_2 parallèlement à ce rayon.

4.1. Voir schéma 1. $\tan \alpha' \approx \alpha' = \frac{A_1B_1}{O_2A_1} = \frac{A_1B_1}{f'_2}$

$$\mathbf{4.2.} \quad G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\frac{A_1B_1}{f'_2}}{\frac{A_1B_1}{f'_1}} = \frac{A_1B_1}{f'_2} \cdot \frac{f'_1}{A_1B_1} = \frac{f'_1}{f'_2}$$

$$\text{A.N. : } G = \frac{6,80}{4,0 \cdot 10^{-2}} = 1,7 \cdot 10^2.$$

5. Application.

5.1. $\tan \alpha \approx \alpha = \frac{D}{L}$

$$\text{A.N. : } \alpha = \frac{1,3 \cdot 10^{13}}{2600 \times 1,00 \cdot 10^{13}} = \frac{1,3}{2600 \times 1,00} = \frac{1,3}{2 \times 1,30 \times 10^3} = \frac{1}{2} \cdot 10^{-3} = 5,0 \times 10^{-4} \text{ rad.}$$

Le diamètre apparent de la nébuleuse donc de $A_\infty B_\infty$ est supérieur à $3,0 \times 10^{-4} \text{ rad}$ donc l'œil peut théoriquement distinguer les points A_∞ et B_∞ .

5.2. La nébuleuse n'est pas observable à l'œil nu car il n'y a pas assez de lumière issue de celle-ci qui entre dans l'œil. Ceci est confirmé par le fait qu'avec la lunette elle est faiblement visible.

Plus le diamètre de l'objectif est grand, plus la quantité de lumière collectée est importante donc plus l'image sera lumineuse.

5.3. $G = \frac{\alpha'}{\alpha} \Rightarrow \alpha' = \alpha \cdot G$

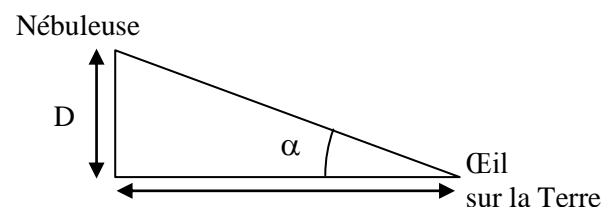
$$\text{A.N. : } \alpha' = 5,0 \times 10^{-4} \times 1,7 \cdot 10^2 = 5,0 \times 1,7 \times 10^{-2} = \mathbf{8,5 \times 10^{-2} \text{ rad.}}$$

6. Position de l'œil.

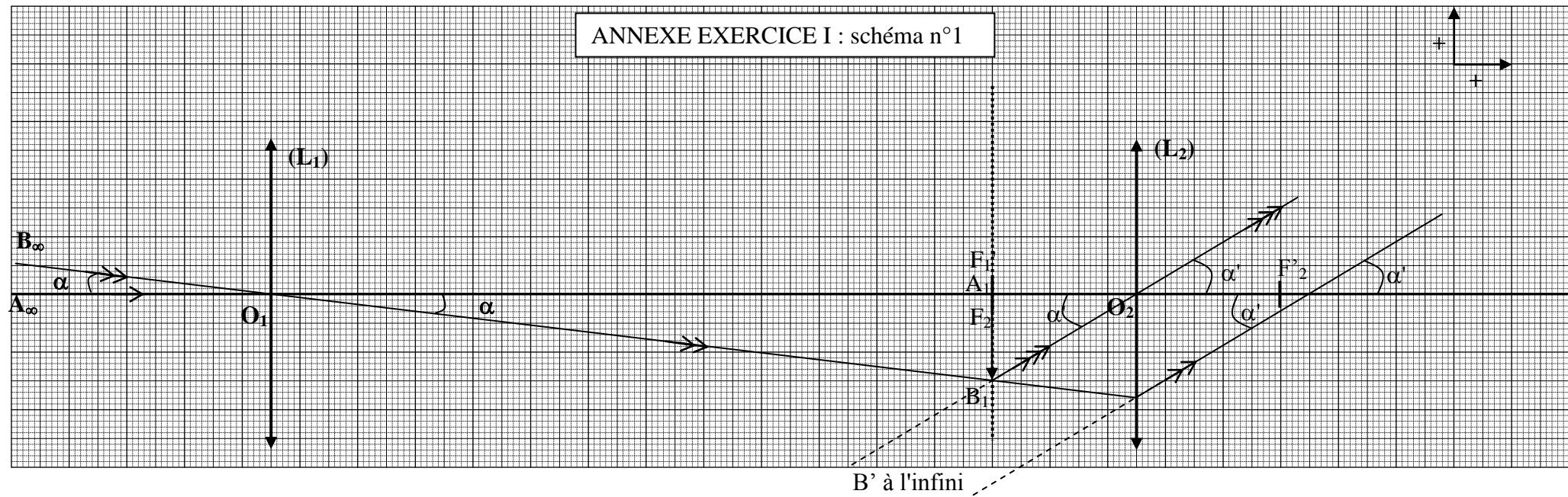
6.1. Le cercle oculaire est l'image de l'objectif formée par l'oculaire.

6.2. Il faut placer l'œil au niveau du cercle oculaire pour recevoir toute la lumière collectée par l'objectif de la lunette et ainsi voir l'image la plus lumineuse possible.

6.3. Construction du cercle oculaire, voir schéma 2.



ANNEXE EXERCICE I : schéma n°1



ANNEXE EXERCICE I : schéma n°2

