VECTEURS VITESSE ET ACCELERATION (Correction)

II ETUDE D'UN MOUVEMENT

1) Expérience

a) La trajectoire du mobile est un **arc de cercle**. Pendant des durées égales (**τ = 40 ms**) les distances parcourues entre deux points de marquage sont égales. Le mouvement du mobile est donc **circulaire et uniforme**.

b) Rayon R de la trajectoire: R = 20,5 cm = 0,205 m.

2) Vecteur vitesse

a) Calcul des valeurs des vitesses v_1 et v_3 en m.s^{-1}:

$\mathbf{v_1} = \dfrac{M_0M_2}{2\tau} = \dfrac{6,0.10^{-2}}{80.10^{-3}} = \mathbf{0,75\ m.s^{-1}}$ et $\mathbf{v_3} = \dfrac{M_2M_4}{2\tau} = \dfrac{6,0.10^{-2}}{80.10^{-3}} = \mathbf{0,75\ m.s^{-1} = v_1}$

Les valeurs des vitesses v_1 et v_3 sont égales (mouvement uniforme).

b) Représentation des vecteurs vitesses $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_3$ avec l'échelle: 1 cm $\leftrightarrow$ 0,1 m.s^{-1}. Ici $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_3$ mesurent 7,5 cm.
Les vecteurs vitesses sont tangents à la trajectoire au point considéré.

3) Vitesse v et vitesse angulaire ω

a) L'angle $\mathbf{\Delta\theta}$ = (M_2OM_4) = **17 °** Or π rad = 180° donc $\mathbf{\Delta\theta}$ = 17 $\times$ π / 180 = **0,297 rad**

Valeur de la vitesse angulaire: $\mathbf{\omega_3} = \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t} = \dfrac{\Delta\theta}{2\tau} = \dfrac{0,297}{80.10^{-3}} =$ **3,71 rad.s^{-1}** .

b) On calcule: ω_3.R = 3,71 $\times$ 0,205 = 0,76 m.s^{-1}.
On constate qu'à 2 % près on a la relation: $\mathbf{v_3 = \omega_3.R}$.

Relation générale: $\boxed{v = \omega \times R \text{ pour un mouvement circulaire uniforme}}$.

4) Vecteur accélération $\vec{a}_2$ au point M_2

a) On reporte au point M_2 les vecteurs (- $\vec{v}_1$) et $\vec{v}_3$.

b) Construction au point M_2 du vecteur $\Delta\vec{v} = \vec{v}_3 - \vec{v}_1$ (en noir).

c) En utilisant l'échelle des vitesses (1 cm $\leftrightarrow$ 0,1 m.s^{-1}) on détermine la valeur de Δv en m.s^{-1}:
$\Delta\vec{v}$ mesure 2,2 cm donc $\mathbf{\Delta v}$ = 2,2 $\times$ 0,1 = **0,22 m.s^{-1}**
Le vecteur $\Delta\vec{v}$ pointe vers O

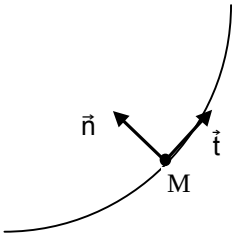
Calculons: $\mathbf{a_2} = \dfrac{\Delta v}{2\tau} = \dfrac{0,22}{80.10^{-3}} =$ **2,8 m.s^{-2}**

d) Représentation du vecteur $\vec{a}_2 = \dfrac{\Delta\vec{\ }}{2\tau}$ avec l'échelle des accélérations: 1 cm $\leftrightarrow$ 0,5 m.s^{-2}.

Le vecteur $\vec{a}_2$ mesure 2,8 / 0,5 = 5,6 cm et point vers le point O.

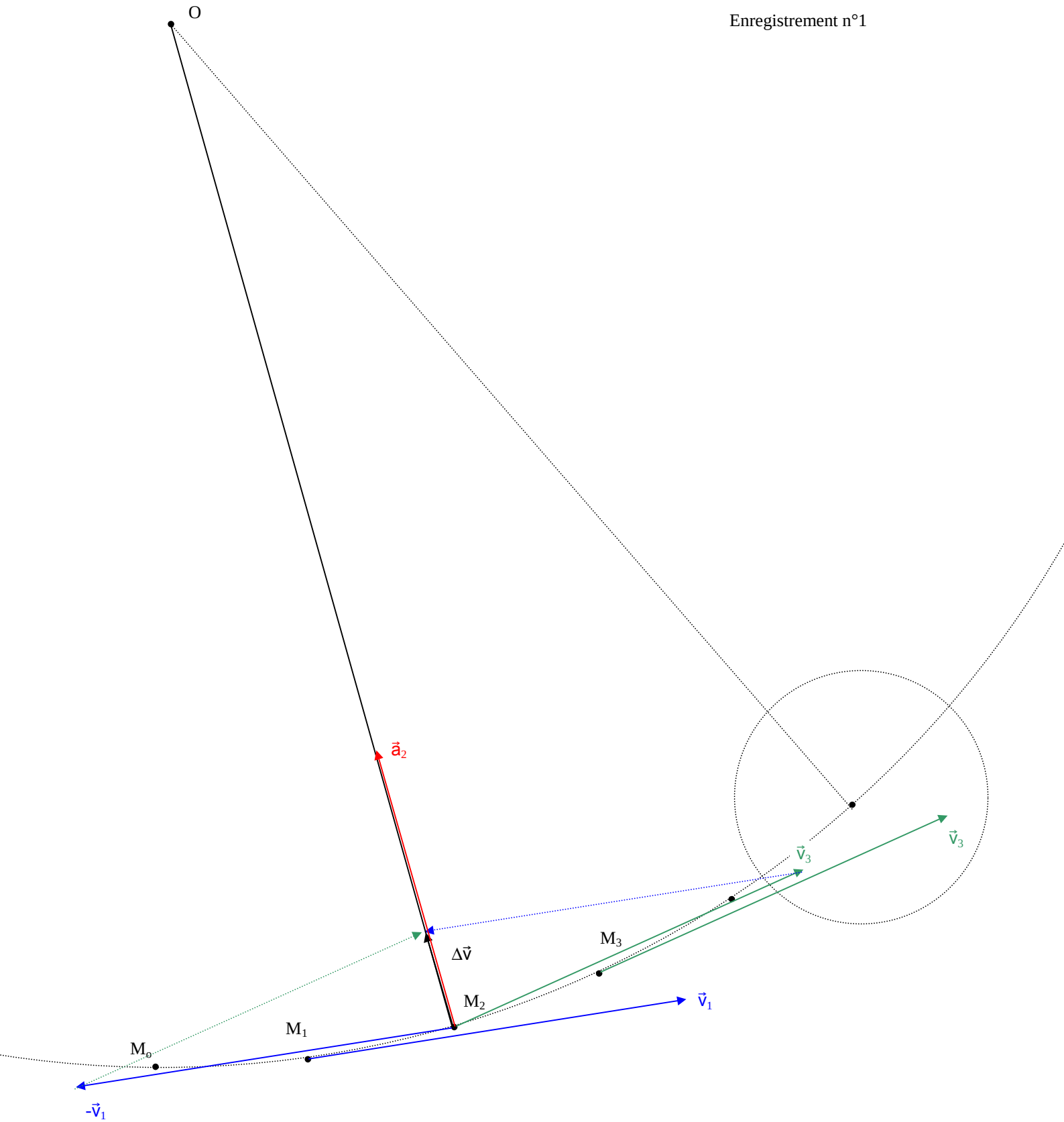
e) Comparons a_2 et v_2^2 /R: $\mathbf{v_2^2/R}$ = (0,75)^2 / 0,205 = **2,7 m.s^{-2}.**

On constate qu'à 4 % près on a la relation: $\boxed{a_2 = \dfrac{v_2^2}{R}}$



f) Dans le cas d'un mouvement circulaire uniforme: $\boxed{\vec{a} = \dfrac{v^2}{R}.\vec{n}}$

Enregistrement n°1



III DEUXIEME LOI DE NEWTON

1) Enregistrement de la trajectoire

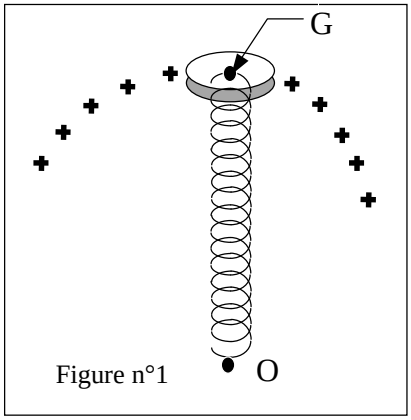


Figure n°1

• Un mobile autoporteur, de masse m et de centre d'inertie G, est relié par un ressort à un point fixe O d'une table à coussin d'air horizontale. Le ressort, de masse négligeable devant m et de constante de raideur k, est tendu et lancé sur la table: on note ℓ la longueur du ressort au cours du mouvement et ℓ_o sa longueur à vide. On enregistre le mouvement du centre d'inertie G du mobile autoporteur (voir enregistrement n°2).

• On donne: m = 580 g; k = 2,50 N.m^{-1} ; τ = 60 ms et ℓ_o = 12,6 cm.

Deuxième loi de Newton: dans un référentiel galiléen: $\boxed{\sum \vec{F}^{ext} = m.\vec{a}}$

a) Le système étudié est le mobile autoporteur.
Le référentiel d'étude est le référentiel terrestre supposé galiléen.

Bilan des forces appliquées au système:
- poids $\vec{P}$
- réaction $\vec{R}$ de la table (verticale vers le haut car pas de frottements)
- la force de rappel du ressort: $\vec{F}$

Représentation des forces sur la figure n°2.

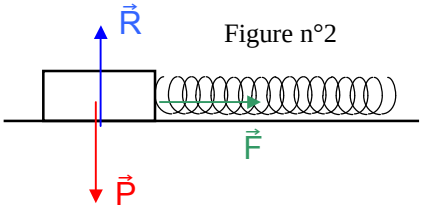


Figure n°2

b) Dans l'hypothèse du modèle sans frottement, on obtient la relation vectorielle:
$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m.\vec{a}$ or $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$ donc: $\boxed{\vec{F} = m.\vec{a}}$

2) Construction du vecteur accélération $\vec{a}_8$ au point M_8

a) Calcul des valeurs des vitesses v_7 et v_9 en m.s^{-1}:

$$\mathbf{v_7} = \frac{M_6M_8}{2\tau} = \frac{1,8.10^{-2}}{120.10^{-3}} = \mathbf{0,15\ m.s^{-1}} \qquad \text{et} \qquad \mathbf{v_9} = \frac{M_8M_{10}}{2\tau} = \frac{2,1.10^{-2}}{120.10^{-3}} = \mathbf{0,175\ m.s^{-1}}$$

Avec l'échelle des vitesses 1 cm ↔ 0,02 m.s^{-1} , les vecteurs $\vec{v}_7$ et $\vec{v}_9$ ont pour longueur respectivement 0,15 / 0,02 = 7,5 cm et 0,175 / 0,02 = 8,8 cm

Tracés des vecteurs et report des vecteurs - $\vec{v}_7$ et $\vec{v}_9$ au point M_8.

b) Construction du vecteur $\Delta\vec{v} = \vec{v}_9 - \vec{v}_7$ au point M_8.
Le vecteur $\Delta\vec{v}$ mesure 3,1 cm donc avec l'échelle des vitesses 1 cm ↔ 0,02 m.s^{-1} on a: $\mathbf{\Delta v}$ = 3,1 × 0,02 = **6,2.10^{-2} m.s^{-1}**
Le vecteur $\Delta\vec{v}$ est dirigé vers le point O.

c) Calcul de la valeur a_8 de l'accélération au point M_8 : $\mathbf{a_8} = \frac{\Delta v}{2\tau} = \frac{6,2.10^{-2}}{120.10^{-3}} = \mathbf{0,52\ m.s^{-2}}$

Tracé du vecteur $\vec{a}_8$ avec l'échelle des accélérations: 1 cm ↔ 0,1 m.s^{-2} . Le vecteur $\vec{a}_8$ mesure 0,52 / 0,1 = 5,2 cm.
Avec m = 580 g = 0,580 kg on a: $\mathbf{m.a_8 = 0,30\ N}$

Tracé du vecteur $m.\vec{a}_8$ avec l'échelle des forces: 1 cm ↔ 0,04 N. $\mathbf{m.\vec{a}_8}$ mesure 0,30 / 0,04 = **7,5 cm**
Les vecteurs $\vec{a}_8$ et $m.\vec{a}_8$ sont colinéaires et dirigés vers le point O.

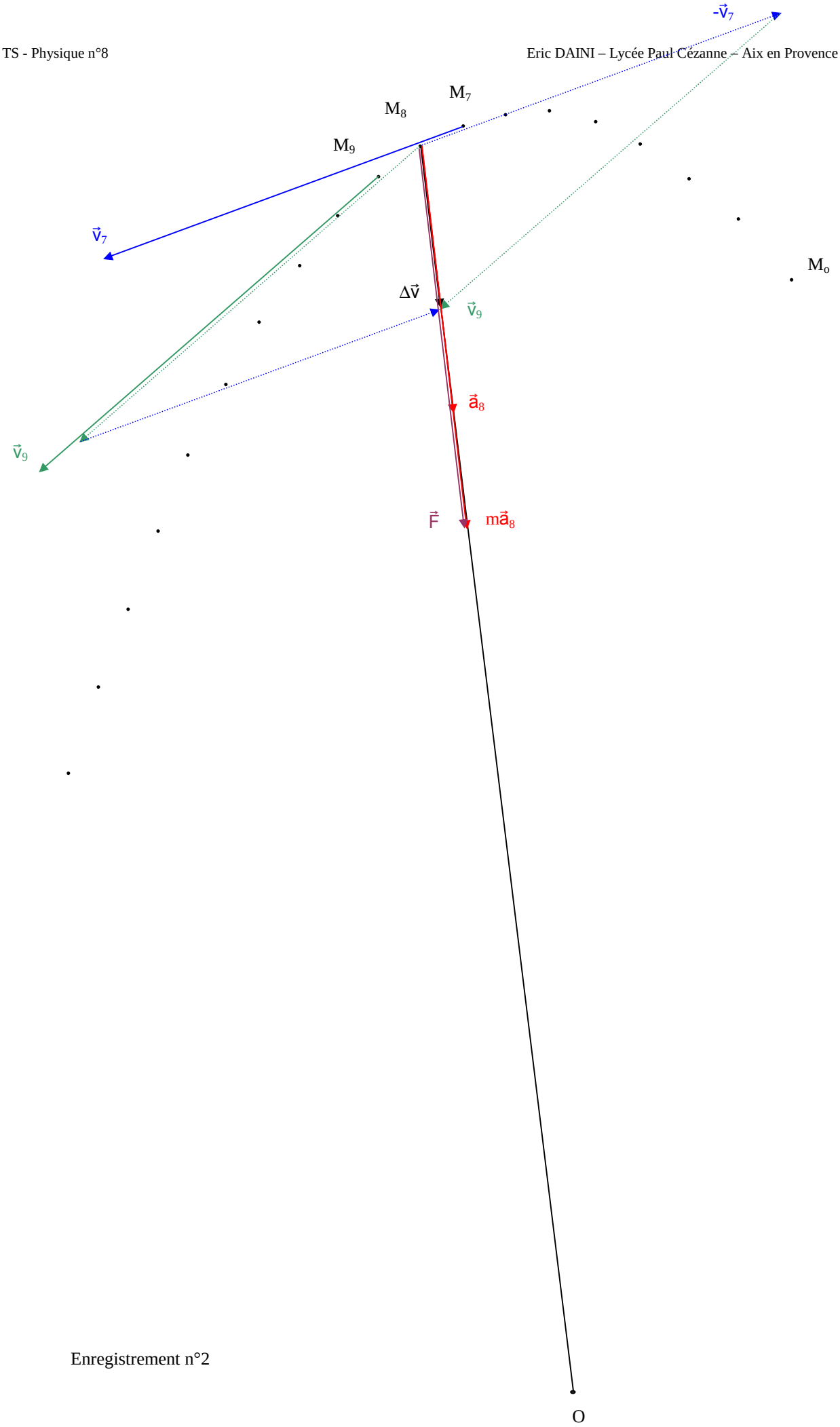
3) Construction de la force de rappel $\vec{F}_8$ du ressort au point M_8

a) Tracé de la droite M_8O.
La direction et le sens de la force de rappel $\vec{F}_8$ du ressort sont selon la droite M_8O, car le ressort tend à ramener le solide vers le point O.

b) La valeur de F_8 est proportionnelle à son allongement $\Delta\ell$: $F_8 = k.\Delta\ell = k.(\ell_8 - \ell_o)$.
On mesure ℓ_8 sur le document: $\ell = OM_8$ = 24,5 cm
$\mathbf{\Delta\ell} = (\ell - \ell_o)$ = 24,5 –12,6 = 11,9 cm = **1,19.10^{-1} m** et $\mathbf{F_8} = k.\Delta\ell$ = 2,5 × 1,19.10^{-1} = **0,30 N**

c) On trace le vecteur $\vec{F}_8$ en utilisant l'échelle des forces.

d) Les normes et les directions des vecteurs $\vec{F}_8$ et $m.\vec{a}_8$ sont identiques: on a donc la relation $\boxed{\vec{F}_8 = m.\vec{a}_8}$



Enregistrement n°2